

## ESTADÍSTICA MATEMÁTICA

### Tarea 3

1. Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$  v.a.i.i.d. de la función de densidad
 
$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x).$$
  - a) Encuentra un intervalo de confianza al  $(1-\alpha)100\%$  para  $\theta$  usando como cantidad pivotal  $-\sum_{i=1}^n \log F(X_i|\theta)$ .
  - b) Encuentra un intervalo de confianza para  $\theta$  al  $(1-\alpha)100\%$  usando como cantidad pivotal una función del EMV de  $\theta$ .
  - c) Encuentra un intervalo de confianza para  $\theta$  al  $(1-\alpha)100\%$  mediante el método estadístico.
  
2. Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$  v.a.i.i.d. con función de densidad
 
$$f(x|\mu) = e^{-(x-\mu)} I_{[\mu, \infty)}(x).$$
  - a) Encuentra una estadística suficiente minimal para  $\mu$ .
  - b) Encuentra un intervalo de confianza para  $\mu$  al  $(1-\alpha)100\%$  de confianza mediante el método estadístico y la estadística encontrada en el inciso anterior.
  - c) Encuentra un intervalo de confianza para  $\mu$  al  $(1-\alpha)100\%$  de confianza mediante el método pivotal.
  
3. En el caso del intervalo de confianza para  $\mu$  cuando  $\sigma^2$  es conocida en una población  $N(\mu, \sigma^2)$ , ¿qué relación existe entre la longitud del intervalo de confianza y:
  - a) El coeficiente de confianza
  - b) El tamaño de muestra.
  
4. Las pelotas de tenis que se utilizan en torneos profesionales deben pasar pruebas rigurosas para demostrar que la variación del rebote alrededor de un valor específico es mínima. Cuando éstas se dejan caer de una altura determinada, deben rebotar a una altura promedio de 4 pies. En una muestra aleatoria de 91 pelotas, la altura media en los rebotes fue de 4 pies y la varianza de 0.36 pies<sup>2</sup>. Si la varianza máxima que se permite es de 0.5 pies<sup>2</sup>, ¿sería razonable decir que las pelotas de esta marca se pueden utilizar en torneos profesionales?. Justifica tu respuesta con un nivel de confianza del 95%.
  
5. Al gerente de producción de una compañía procesadora de cítricos le interesa saber si, en los últimos tres años las heladas han dañado los 2500 naranjos que posee la empresa. A fin de averiguar el daño causado a los árboles, mandó contar el número de naranjas producidas por árbol en una muestra de 42 de ellos y obtuvo una media muestral de 525 naranjas por árbol. La población de naranjas que ha venido manejando la empresa tiene una desviación estándar de 30 naranjas por árbol. Si el rendimiento promedio de naranjas por árbol fue de 600 naranjas hace 5 años, ¿qué puede decir el gerente de producción sobre la posible existencia de una daño en este momento?. Justifica tu respuesta al 98% de confianza.

6. Se desea realizar un estudio sobre las utilidades que tienen las pequeñas industrias en México. En una primera etapa se decidió seleccionar una muestra aleatoria de 17 industrias en Guadalajara y otra del mismo tamaño en la ciudad de México. Los datos fueron:

GUAD.	11.2	9.4	8.7	12.2	7.7	11.5	7.3	11.8	15.1
MEX.	16.7	17.9	17.4	14.9	16.2	14.0	15.1	18.3	11.3

  

GUAD.	10.5	17	15.6	13.2	17.2	14.6	12.2	9.8
MEX.	18.3	17.1	12.0	15.2	16.2	14.9	10.5	16.5

¿Existirá alguna diferencia entre las utilidades medias de las industrias de Guadalajara y México?. Justifica tu respuesta al 95% de confianza.

7. Se desea estimar el número promedio de horas por semana que los alumnos de nivel universitario dedican a estudiar. Suponga que la desviación estándar del número de horas de estudio semanal es de 4.5 horas. ¿Cuál es el tamaño de muestra necesario para afirmar, con una probabilidad de 0.90, que el tiempo promedio estimado dista del tiempo medio real en menos de media hora?. *Sugerencia:* La distancia entre el tiempo promedio estimado y el tiempo medio real es igual a la mitad de la longitud del correspondiente intervalo de confianza para la media (¿por qué?).
8. En un estudio de la efectividad del ejercicio físico en la reducción de peso (en libras), se seleccionaron 16 personas y se les sometió a un programa particular de ejercicio físico durante un mes, con los siguientes resultados:

	1	2	3	4	5	6	7	8
ANTES	209	178	169	212	180	192	158	180
DESPUÉS	196	171	170	207	177	190	159	180

  

	9	10	11	12	13	14	15	16
ANTES	170	153	183	165	201	179	243	144
DESPUÉS	164	152	179	162	199	173	231	140

¿Es el programa de ejercicio físico efectivo para reducir el peso?. Justifica tu respuesta al 99% de confianza.